

Prof. Dr. Alfred Toth

Peanoordnung und qualitative Arithmetik der peirceschen Zeichenrelation

1. Wie wir in Toth (2018) ausführlich dargestellt hatten, kann man mit Hilfe der ortsfunktionalen Arithmetik aus der Menge der Peanozahlen $P = (1, 2, 3)$ qualitative n -tupel für $n = 1$, $n = 2$ und $n = 3$ bilden. Abgesehen von der sehr großen Menge qualitativer Zahlen, die man dadurch erhält, ist das wichtigste Ergebnis in dem folgenden Satz formuliert

SATZ. Die Abbildung der Peanordnung auf die qualitativen Zahlen hebt die drei ortsfunktionalen Zählschemata nicht auf.

2. Nun hatte bekanntlich Bense die peirceschen Fundamentalkategorien als „Primzeichen“ eingeführt (Bense 1981, S. 17 ff.). Diese werden von ihm jedoch auf rein quantitativer Basis behandelt. Im folgenden soll daher gezeigt werden, die man Primzeichen, Subzeichen, Zeichenklassen und Realitätsthematik qualitativ darstellen kann. Wir setzen

 := 1

 := 2

 := 3.

2.1. Primzeichen

Die Primzeichen, die besser Zeichenzahlen genannt werden sollten, lassen sich in linearer adjazenter Zählweise wie folgt darstellen.

$Z = (\text{red square} , \text{blue square} , \text{green square})$

$\times Z = (\text{green square} , \text{blue square} , \text{red square}).$

2.2. Subzeichen

Ein Subzeichen entsteht nach Bense durch kartesische Produktbildung aus Z , d.h. es gilt für jedes Subzeichen $S = (x.y)$

$$(x,y) \in (Z \times Z).$$

$$x \in S \text{ bzw. } y \in \times(S)$$

heißt der trichotomische Hauptwerk und

$$y \in S \text{ bzw. } x \in \times(S)$$

der trichotomische Stellenwert. Qualitativ liegt hier also Subjazenzen vor, und wir können die 3 mal 3 = 9 Subzeichen der Kleinen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

ortsfunktional, d.h. vermöge $S = f(\omega)$, wie folgt darstellen

$$(1.1) = \begin{pmatrix} \text{red square} \\ \text{red square} \end{pmatrix}$$

$$(1.2) = \begin{pmatrix} \text{red square} \\ \text{blue square} \end{pmatrix}$$

$$(1.3) = \begin{pmatrix} \text{red square} \\ \text{green square} \end{pmatrix}$$

$$(2.1) = \begin{pmatrix} \text{blue square} \\ \text{red square} \end{pmatrix}$$

$$(2.2) = \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

$$(2.3) = \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

$$(3.1) = \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

$$(3.2) = \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

$$(3.3) = \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

2.3. Zeichenklassen

Wie Bense (1979, S. 53 u. 67) mit Hilfe der Kategorietheorie ausgeführt hatte, ist die peircesche Zeichenrelation eine „Relation über Relationen“ der Form. Die vollständige Notation lautet

$$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))).$$

Das bedeutet also, daß Zkln und Rthn – anders als die Subzeichen, aus denen sie bestehen – nicht nur zwei, sondern drei Einbettungsgrade aufweisen.

$$(3.1, 2.1, 1.1) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{red} & \text{blue} & \\ & \text{red} & \text{red} \\ & & \text{red} \end{array} \right)$$

$$(3.1, 2.1, 1.2) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{red} & \text{blue} & \\ & \text{red} & \text{red} \\ & & \text{blue} \end{array} \right)$$

$$(3.1, 2.1, 1.3) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{red} & \text{blue} & \\ & \text{red} & \text{red} \\ & & \text{green} \end{array} \right)$$

$$(3.1, 2.2, 1.2) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{red} & \text{blue} & \\ & \text{blue} & \text{red} \\ & & \text{blue} \end{array} \right)$$

$$(3.1, 2.2, 1.3) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{red} & \text{blue} & \\ & \text{blue} & \text{red} \\ & & \text{green} \end{array} \right)$$

$$(3.1, 2.3, 1.3) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{red} & \text{blue} & \\ & \text{green} & \text{red} \\ & & \text{green} \end{array} \right)$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{blue} & \text{blue} & \\ & \text{blue} & \text{red} \\ & & \text{blue} \end{array} \right)$$

$$(3.2, 2.2, 1.3) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{blue} & \text{blue} & \\ & \text{blue} & \text{red} \\ & & \text{green} \end{array} \right)$$

$$(3.2, 2.3, 1.3) = \left(\begin{array}{ccc} \text{green} & & \\ \text{blue} & \text{blue} & \\ & \text{green} & \text{red} \\ & & \text{green} \end{array} \right)$$

$$(3.3, 2.3, 1.3) = \left(\begin{array}{ccc} \blacksquare & & \\ \blacksquare & \blacksquare & \\ & \blacksquare & \blacksquare \\ & & \blacksquare \end{array} \right)$$

Wie man erkennt, sind alle Zkln nicht nur subjazent, sondern auch transjazent, also auch die „homogenen“ (deren Rthn eine reine M-, O- oder I-Thematisierung aufweisen). Vom qualitativen Standpunkt aus gesehen fällt damit auch die „Diagonalität“ der eigenrealen Zeichenklasse (vgl. Bense 1992), welche die Determinante der Kleinen Matrix bildet. Dasselbe gilt für ihre Diskriminante, die sog. Klasse der Genuinen (peirceschen) Kategorien.

$$(3.3, 2.2, 1.1) = \left(\begin{array}{ccc} \blacksquare & & \\ \blacksquare & \blacksquare & \\ & \blacksquare & \blacksquare \\ & & \blacksquare \end{array} \right)$$

Nach der kategoriethoretischen Einführung des Zeichens als einer Relation über Relationen sind also jeweils genau die triadischen Hauptwerte adjazent und ihre trichotomischen Stellenwerte paarweise subjazent.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Die qualitative Arithmetik in Hausdorff-Räumen dargestellt. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018

1.12.2018